Kvadrātvienādojumi: Izvēļu tests

Atbildes var iesūtīt līdz 2008.gada 3.martam - `kalvis.apsitis@gmail.com`

Sk. arī pulciņa pagaidu mājaslapu -

`http://www.ante.lv/xwiki/bin/view/MatematikasPulcins/`

Uzdevums 1 (Vjeta teorēma) *Atrast kvadrātvienādojumu, kura saknes ir 3 un 5:*

(A) $x^2 + 8x - 15 = 0$

(B) $x^2 - 8x + 15 = 0$

(C) $x^2 + 15x - 8 = 0$

(D) $x^2 - 15x + 8 = 0$

Uzdevums 2 (Grafika pārnešana) *Funkcijas $y = x^2 - 1$ grafiks ir parabola. Kā šis grafiks jāpārnes, lai iegūtu funkcijas $y = (x+3)^2 - 1 = x^2 + 6x + 8$ grafiku?*

(A) Jāpabīda 3 vienības nogriežņus pa labi

(B) Jāpabīda 3 vienības nogriežņus pa kreisi

(C) Jāpabīda 3 vienības nogriežņus uz augšu

(D) Jāpabīda 3 vienības nogriežņus uz leju

Ja pieskaita vai atņem konstanti x vai y mainīgajam funkcijas $y = F(x)$ izteiksmē, tad atbilstošais grafiks pārceļas paralēli koordinātu asīm. T.i. zinot funkcijas $y = F(x)$ grafiku, var viegli iegūt grafikus arī šādām funkcijām: $y = F(x) + C$, $y = F(x) - C$, $y = F(x + C)$ un $y = F(x - C)$.

Uzdevums 3 (Grafika pārnešana) *Zināms, ka kvadrātvienādojumam $x^2 + p_1x + q_1 = 0$ ir divas reālas saknes α un β, savukārt kvadrātvienādojumam $x^2 + p_2x + q_2$ ir divas reālas saknes γ un δ. Attālums starp saknēm abos gadījumos ir vienāds, t.i. $|\alpha - \beta| = |\gamma - \delta|$. Ko var apgalvot par abiem kvadrātvienādojumiem?*

(A) Abos vienādojumos sakrīt koeficienti pie x, t.i. $p_1 = p_2$

(B) Abos vienādojumos sakrīt brīvie locekļi, t.i. $q_1 = q_2$

(C) Abos vienādojumos sakrīt diskriminanti. t.i. $p_1^2 - 4q_1 = p_2^2 - 4q_2$

(D) Abos vienādojumos sakrīt koeficientu zīmes, t.i. p_1 un p_2 ir vai nu abi pozitīvi vai abi negatīvi (un to pašu var apgalvot arī par q_1 un q_2).

Uzdevums 4 (Kvadrāttrinoma sadalīšana reizinātājos) *Zināms, ka kvadrātvienādojuma $6x^2 + Px + Q = 0$ saknes ir $x_1 = \frac{1}{2}$ un $x_2 = \frac{1}{3}$. Kā izskatās kvadrāttrinoma $6x^2 + Px + Q = 0$ sadalījums reizinātājos?*

(A) $6(x-2)(x-3)$

(B) $6\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right)$

(C) $6\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$

(D) $6\left(x - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)$

Uzdevums 5 (Kvadrāttrinomi bez reālām saknēm) *Kā sadalīt reizinātājos izteiksmi* $x^4 + 4$*:*

(A) $(x + \sqrt[4]{4})^2 (x - \sqrt[4]{4})^2$

(B) $(x^2 + 2x + 2)(x^2 + 2x + 2)$

(C) $(x^2 + 4x + 2)(x^2 + 4x + 2)$

(D) Izteiksmi $x^4 + 4$ nevar sadalīt reizinātājos, jo vienādojumam $x^4 + 4 = 0$ nav reālu sakņu

Uzdevums 6 (Pilnā kvadrāta atdalīšana) *Sadalīt reizinātājos izteiksmi* $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2$*. Pieņemot, ka* $a \neq 0$*, kāda nevienādība noteikti ir spēkā?*

(A) $\left| a + \frac{1}{a} \right| \geq 2$

(B) $\left| a + \frac{1}{a} \right| \geq 3$

(C) $\left| a + \frac{1}{a} \right| \geq 4$

(D) Izteiksme $\left| a + \frac{1}{a} \right|$ var pieņemt jebkuru pozitīvu vērtību

Tā kā pilns kvadrāts vienmēr ir ≥ 0, tad to var izmantot dažādu nevienādību pierādīšanā

Uzdevums 7 (Substitūcija) *Zināms, ka vienādojumam* $ax^2 + bx + c = 0$ *ir divas saknes* x_1 *un* x_2*. Kādas ir vienādojuma* $cx^2 + bx + a = 0$ *saknes?*

(A) x_1^{-1} un x_2^{-1}

(B) x_1 un x_2 (tādas pašas kā sākotnējam vienādojumam)

(C) $x_1 + x_2$ un $x_1 - x_2$

(D) Otram vienādojumam saknes nevar izteikt ar x_1 un x_2, tās var arī neeksistēt

Uzdevums 8 (Vjeta teorēma) *Kvadrātvienādojuma* $x^2 + px + q = 0$ *saknes ir* x_1 *un* x_2*. Izteikt* $x_1^2 + x_2^2$*, izteiksmē izmantojot* p *un* q *bet bez kvadrātsaknēm.*

(A) $p^2 + q^2$

(B) $p^2 - 2q^2$

(C) $p^2 - 2q$

(D) $(p - q)^2$

Ar p un q var izteikt arī citas līdzīgas izteiksmes, piemēram, $x_1^{-1} + x_2^{-1}$, $x_1^6 x_2^2 + x_1^2 x_2^6$, utml. Šīm izteiksmēm jābūt racionālām daļām, turklāt simetriskām attiecībā pret abiem mainīgajiem (t.i. izteiksme nemainās, ja x_1 visur aizstāj ar x_2 un otrādi).

Uzdevums 9 (Dalīšana elementārās daļās) *Sadalīt izteiksmi* $\frac{1}{x^2 - 5x + 6}$ *par divu daļu summu (vai starpību), kur abām daļām saucējos ir lineāra izteiksme.*

(A) $\dfrac{1}{x-2} + \dfrac{1}{x-3}$

(B) $\dfrac{1}{x-3} + \dfrac{1}{x-2}$

(C) $\dfrac{1}{x+2} + \dfrac{1}{x+3}$

(D) $\dfrac{x-3}{x+2} + \dfrac{x-2}{x+3}$

Uzdevums 10 (Parabolas ģeometriskā definīcija) *Dota parabola $y = x^2$. Atrast punktu P un taisni a, ka ikviens parabolas punkts atrodas no punkta P un taisnes a vienādā attālumā*

(A) P koordinātes ir $(0, \frac{1}{4})$ un taisni a apraksta vienādojums $y = -\frac{1}{4}$

(B) P koordinātes ir $(0, \frac{1}{2})$ un taisni a apraksta vienādojums $y = -\frac{1}{2}$

(C) P koordinātes ir $(0, 2)$ un taisni a apraksta vienādojums $y = -2$

(D) Punkts P un taisne a ar minētajām īpašībām neeksistē

Uzdevums 11 (Vidējais kvadrātiskais un vidējais aritmētiskais) *x un y ir jebkādi reāli skaitļi. Kura attiecība ir spēkā?*

(A) $\dfrac{x^2+y^2}{2} \leq \left(\dfrac{x+y}{2}\right)^2$

(B) $\dfrac{x^2+y^2}{2} = \left(\dfrac{x+y}{2}\right)^2$

(C) $\dfrac{x^2+y^2}{2} \geq \left(\dfrac{x+y}{2}\right)^2$

(D) Starp $\dfrac{x^2+y^2}{2}$ un $\left(\dfrac{x+y}{2}\right)^2$ var pastāvēt gan attiecība "mazāks", gan "vienāds", gan "lielāks".

Uzdevums 12 (Zelta attiecība) *Par taisnstūri, kura malām ir "zelta attiecība" sauc tādu taisnstūri, kuram nogriežot kvadrātu (nogrieztā kvadrāta malas garums vienāds ar taisnstūra īsāko malu), paliek pāri taisnstūris, kurš ir līdzīgs sākotnējam taisnstūrim. Kāda ir attiecība šāda taisnstūra garākajai malai pret īsāko malu?*

(A) $\dfrac{8}{5}$

(B) $\sqrt{2}$

(C) $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

(D) $\dfrac{1}{1-\sqrt{2}}$